

**Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования**

**«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПРОДОВОЛЬСТВИЯ»**

Кафедра физики

**РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ РОТОРА
ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ**

Методические указания
к лабораторной работе № 4
по разделу «Механика» курса физики
для студентов всех специальностей

Могилев 2010

Рассмотрены и рекомендованы к изданию
на заседании кафедры физики
Протокол № 7 от 18.03.2010 г.

Составитель
кандидат физико – математических наук, доцент УО МГУП
А. С. Скапцов

Рецензент
доктор физико – математических наук, доцент УО МГУП
В. А. Юревич

УДК 533.1
©УО «Могилевский государственный
университет продовольствия», 2010

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 4 РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ РОТОРА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

Цель работы: определение момента инерции ротора электродвигателя и момента сил сопротивления, возникающего при вращении ротора.

Приборы и принадлежности: вертикальная линейка со шкалой и закрепленным в вершине блоком, шнур с грузом, электродвигатель, штангенциркуль, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Для описания вращательного движения твердых тел в механике применяются следующие характеристики: момент инерции, момент силы и момент импульса.

Моментом инерции механической системы (твердого тела) относительно данной оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс материальных точек системы на квадрат их расстояний до рассматриваемой оси:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (1)$$

где m_i — масса i -ой материальной точки; r_i — расстояние от i -ой материальной точки до оси вращения. Если масса тела распределена непрерывно, то для расчета момента инерции твердых тел относительно оси вращения используют выражение вида

$$J = \int r^2 dm. \quad (2)$$

Здесь r рассматривается как функция координат x , y и z , а интеграл (2) берется по всему объему тела.

Каждое тело обладает моментом инерции относительно любой оси вращения независимо от того, движется оно или покоится. Момент инерции тела — это скалярная величина, которая подобно массе тела при поступательном движении является мерой инертности тела при вращательном движении. Момент инерции тела, как следует из (1) и (2), зависит от массы тела и выбора оси вращения.

Момент силы твердого тела относительно точки O является векторной характеристикой вращательного движения твердых тел и определяется векторным произведением вида

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (3)$$

где \vec{M} — вектор момента силы; \vec{r} — радиус-вектор точки приложения силы, проведенный из точки O , относительно которой определяется момент, в точку приложения силы; \vec{F} — вектор силы, приложенной к твердому телу. Согласно (3), вектор момента силы направлен перпендикулярно плоскости, образованной векторами \vec{r} и \vec{F} , и образует с ними правый винт. Вектор момента силы направлен вдоль оси вращения в сторону поступательного

движения острия буравчика, ручка которого вращается в направлении действия силы (см. рис.1). В скалярном виде выражение (3) можно переписать следующим образом:

$$M = Fr \sin \alpha \quad (4)$$

или

$$M = Fl \quad (5)$$

Здесь α — угол между направлением вектора силы и радиусом-вектором, а $l = r \sin \alpha$ представляет собой кратчайшее расстояние от точки O до направления действия силы и называется плечом силы.

Когда сила приложена к одной из точек твердого тела, то вектор момента силы \vec{M} характеризует

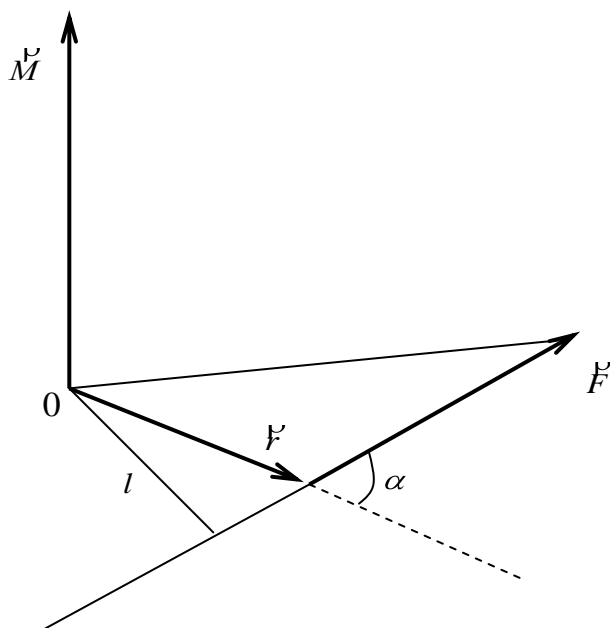


Рис.1 — Направление векторов силы, момента силы и радиуса-вектора

способность силы вращать тело вокруг точки O . Поэтому момент силы называют также вращающим моментом.

Проекция вектора силы на произвольную ось z , проходящую через точку O , называется моментом силы твердого тела M_z относительно этой оси. Момент силы относительно оси, в свою очередь, характеризует способность силы вращать тело вокруг этой оси.

Если рассмотреть вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z под действием нескольких внешних сил, то можно показать, что

$$\sum M_z = J\varepsilon, \quad (6)$$

где $\sum M_z$ — сумма проекций всех внешних моментов сил на ось z , J — момент инерции твердого тела относительно оси z , ε — угловое ускорение тела относительно рассматриваемой оси. Уравнение (6) носит название основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

В любом теле существуют три взаимно перпендикулярные оси, которые проходят через центр масс тела и называются главными осями инерции тела. Например, для однородного цилиндра одной из главных осей инерции является его геометрическая ось, а в качестве остальных осей могут быть выбраны две любые взаимно перпендикулярные оси, проведенные через центр масс в плоскости, перпендикулярной геометрической оси цилиндра.

Если ось, относительно которой рассматривается вращение тела, совпадает с главной осью инерции тела, то выполняется следующее уравнение:

$$\dot{M} = J\dot{\varepsilon}. \quad (7)$$

Это уравнение также называют основным уравнением динамики вращательного движения твердого тела.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ РАБОТЫ

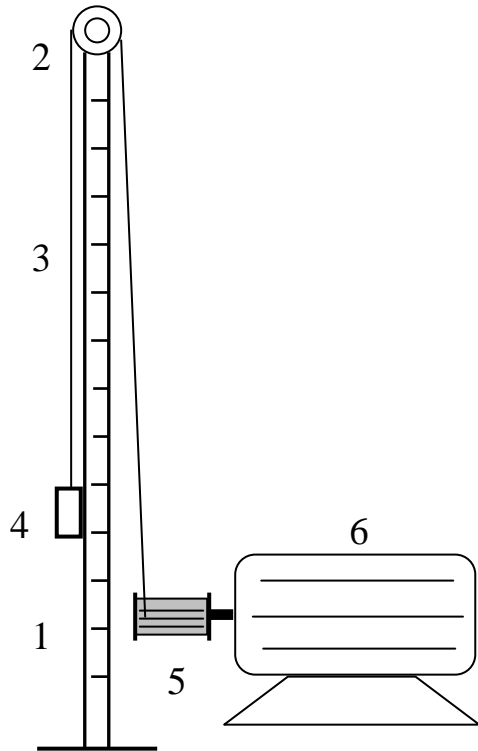


Рис.2 — Схема лабораторной установки

Установка для выполнения лабораторной работы (см. рис.2) состоит из вертикальной шкалы 1, разделенной на сантиметры. В верхней части шкалы закреплен неподвижный блок 2, способный вращаться вокруг горизонтальной оси с небольшим трением. Шнур 3, перекинутый через блок, соединяется одним концом с грузом 4, а вторым - наматывается на насадку вала 5 электродвигателя 6. Наматывая шнур на насадку вала, груз массой m поднимается на некоторую высоту h_1 . При этом груз получает запас потенциальной энергии относительно своего начального положения.

$$E_{p1} = mgh_1. \quad (8)$$

Если вал электродвигателя освободить, то груз начинает опускаться, приводя во вращение ротор электродвигателя. При этом потенциальная энергия груза будет расходоваться на увеличение кинетической энергии поступательного движения груза, кинетической энергии вращения вала электродвигателя и на совершение работы против сил трения. Для крайнего нижнего положения груза, которое примем за нулевой уровень потенциальной энергии, закон сохранения энергии можно представить в виде

$$mgh_1 = \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + F_{mp}h_1, \quad (9)$$

где V — скорость поступательного движения груза в нижнем положении, J — момент инерции ротора электродвигателя относительно оси, совпадающей с осью вращения; ω — угловая скорость вращения ротора; F_{mp} — сила трения (при выводе формул будем учитывать только силу трения, действующую при вращении вала электродвигателя).

Уравнение (9) может быть использовано для расчета момента инерции ротора, если выразить V , ω и F_{mp} через экспериментально измеряемые величины.

Рассчитаем силу трения, действующую в системе. Пусть h_2 - высота, на которую поднимается груз в результате вращения ротора по инерции после достижения грузом положения. Очевидно, что в результате действия сил трения $h_2 < h_1$. Потенциальная энергия груза на высоте h_2 равна

$$E_{p2} = mgh_2. \quad (10)$$

Разность между начальным и конечным значениями потенциальной энергии груза расходуется на совершение работы против сил трения вала:

$$E_{p1} - E_{p2} = F_{mp} (h_1 + h_2). \quad (11)$$

Подставляя выражения (8) и (10) в (11) и делая простые преобразования, получаем

$$F_{mp} = mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}. \quad (12)$$

Будем считать, что движение груза на первом участке (сверху вниз) начинается из состояния покоя и является равноускоренным. Тогда мгновенное значение скорости груза в крайней нижней точке определяется следующим образом:

$$V = at, \quad (13)$$

где a — ускорение груза; t — время движения груза из верхнего положения в нижнее.

Расстояние, проходимое грузом на первом участке:

$$h_1 = \frac{at^2}{2}. \quad (14)$$

Выражая из (14) ускорение и подставляя его в (13), имеем:

$$V = \frac{2h_1}{t}. \quad (15)$$

Угловая и линейная скорости связаны соотношением $\omega = \frac{V}{r}$, которое с учетом (15) принимает вид

$$\omega = \frac{2h_1}{rt}. \quad (16)$$

Здесь r — радиус насадки на вал ротора электродвигателя. При записи (16) сделано предположение, что радиус шнура, на котором подвязан груз, много меньше радиуса насадки. В противном случае под r следует понимать сумму радиусов насадки и шнура.

Подставив (12), (15) и (16) в уравнение (9), получим:

$$mgh_1 = m \frac{2h_1^2}{t^2} + J \frac{2h_1^2}{r^2 t^2} + mgh_1 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}. \quad (17)$$

Решая (17) относительно J , находим:

$$J = mr^2 \left[gt^2 \frac{h_2}{h_1 (h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (18)$$

Формула (18) может быть использована для расчета момента инерции ротора электродвигателя, если экспериментально измерить m , h_1 , h_2 и t .

Используемая в настоящей работе лабораторная установка позволяет оценить момент сил сопротивления (трения) вала электродвигателя. Указанную оценку можно выполнить исходя из следующих соображений. Пусть t_0 - время от момента выключения двигателя до полной остановки вала (до включения двигателя следует обязательно снять насадку с ротора электродвигателя). Будем считать, что вращательное движение вала является равнозамедленным. Тогда мгновенное значение угловой скорости определяется выражением

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t_0, \quad (19)$$

где ω_0 — начальная угловая скорость вала, ε — угловое ускорение.

В момент остановки вала $\omega = 0$. Тогда из (19) находим:

$$\varepsilon = \frac{\omega_0}{t_0}. \quad (20)$$

Значение начальной угловой скорости можно рассчитать, зная одну из технических характеристик электродвигателя — частоту вращения вала n_0 . Действительно, $\omega_0 = 2\pi n_0$. Далее воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения (см. формулу 6). Подстановкой (20) в (6) с учетом ω_0 , получаем:

$$M_{mp} = \frac{2\pi n_0 J}{t_0}. \quad (21)$$

Таким образом, рассчитав по ранее предложенной формуле момент инерции ротора, измерив, время t_0 , и зная частоту вращения вала n_0 , по формуле (21) можно оценить момент сил сопротивления при вращении ротора электродвигателя.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Упражнение 1. Определение момента инерции ротора электродвигателя.

1. Измерить штангенциркулем диаметр насадки вала. Записать значение массы груза, указанной на самом грузе.

2. Закрепить насадку на вале электродвигателя. Медленно вращая вал, намотать шнур на насадку в один ряд.

3. По нижнему краю груза измерить высоту h_1 , на которую поднимается груз после намотки шнура на насадку вала.

4. Измерить время падения груза до нижней точки и высоту h_2 , на которую поднимается груз при вращении ротора по инерции. Отсчет высот h_1 и h_2 следует проводить от крайнего нижнего положения, которого достигает груз при ненамотанном на вал шнуре. Для данного значения высоты h_1 провести опыт 5 раз.

5. Найти средние значения времени падения груза и высоты подъем h_2 .

6. Используя средние значения t и h_2 , по формуле (18) рассчитать момент инерции ротора электродвигателя.

7. Опыт по п.(2-6) повторить для трех различных значений высоты h_1 .

8. Рассчитать среднее значение момента инерции ротора.

Упражнение 2. Определение момента сил сопротивления ротора электродвигателя.

1. Снять насадку с вала электродвигателя и закрепить ее на вертикальном стержне.

2. Нажатием кнопки "Пуск" включить электродвигатель и подождать несколько секунд до тех пор, пока двигатель наберет обороты.

3. Нажатием кнопки "Стоп" выключить электродвигатель и одновременно с этим включить секундомер. Измерить время t_0 до полной остановки вала электродвигателя. Опыт повторить 5 раз.

4. Найти среднее значение времени t_0 .

5. По формуле (21) рассчитать момент сил сопротивления, используя найденное в упражнении 1 среднее значение момента инерции ротора, среднее время t_0 и частоту вращения вала по паспорту электродвигателя ($n_0=1410$ об/мин).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое момент инерции механической системы (твердого тела) относительно рассматриваемой оси вращения и от чего он зависит? Каков физический смысл момента инерции?

2. Определите понятия момента силы твердого тела относительно точки и оси вращения. Как направлен вектор момента силы?

3. Какая величина называется плечом действия силы? Как рассчитывается плечо действия силы?

4. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси вращения в скалярной форме. Запишите это же уравнение в векторной форме для оси вращения, совпадающей с главной осью инерции тела.

5. Какой энергией обладает груз, поднятый на высоту h_1 ?

6. Объясните, в какие виды энергии превращается энергия груза, опускающегося с высоты h_1 .

7. Как рассчитать кинетическую энергию поступательного движения груза, кинетическую энергию вращения вала, работу сил трения?

8. Сделайте вывод формулы для расчета момента инерции ротора электродвигателя по экспериментально измеренным в данной работе величинам. Какие допущения используются при выводе данной формулы?

9. Сделайте вывод формулы для расчета момента сил сопротивления ротора электродвигателя.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Трофимова, Т.И. Курс физики. – М.: ВШ, 2007.
2. Трофимова, Т.И. Краткий курс физики. – М.: ВШ, 2007.
3. Цэдрык, М.С. Курс агульнай фізікі. – Минск: ВШ, 1994.
4. Детлаф, А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Академия, 2005.

Учебное издание

**РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ РОТОРА
ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ**

Методические указания

Составитель: Скапцов Андрей Сергеевич,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Редактор Т. Л. Матеуш

Технический редактор А. А. Щербакова

Подписано в печать	Формат 60x84 ¹ / ₁₆
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная.	
Усл. печ. л.	Уч.-изд. л.
Тираж	Заказ

Отпечатано на ризографе редакционно-издательского отдела
учреждения образования
«Могилевский государственный университет продовольствия».

212027, Могилев, пр-т Шмидта, 3.
ЛИ № 02330/0131913 от 08.02.2007.